

Computertrainiertes Volumen-Schätzen

1. Einleitung

Mit dem Visualisieren und Lösen von raumgeometrischen Aufgaben im virtuellen Raum des Bildschirms eröffnen sich für die Schüler und Schülerinnen sowie für Lehrer und Lehrerinnen neue und attraktive Möglichkeiten der Erfassung bzw. Erforschung des geometrisierten Raumes, wobei wir hier noch von der „ganzkörperlichen“ Nutzung des Cyberspace absehen wollen (Schumann, 1995 u. 2001). Wir gehen von der Annahme aus, dass die computerisierte Darstellung von Raumgeometrie gestattet, traditionelle Unterrichtsgegenstände effektiver zu behandeln oder neue Unterrichtsgegenstände, die wegen der Beschränktheit herkömmlicher Medien bisher nicht im Unterricht behandelt werden konnten, zu integrieren. So ist z.B. das Schätzen von Körpervolumen und Körperoberfläche ein im Geometrieunterricht vernachlässigter Unterrichtsgegenstand, weil im herkömmlichen Unterricht eine entsprechende Lernumgebung mit Feedback- und Kontrollfunktionen nicht gestalten werden kann.

Folgende Fragen erheben sich:

- Wie muss eine computerisierte Lernumgebung gestaltet sein, damit die in ihr trainierte Fähigkeit des Schätzens geometrischer Körper effektiv auf das Schätzen materialer Körpermodelle angewendet werden kann?
(Denn, was nützt es, wenn die Schüler/Schülerinnen nur im virtuellen Raum effektiv Körper schätzen können?)
- Wie wirkt sich die in einer computerisierten Lernumgebung trainierte Fähigkeit des Schätzens geometrischer Körper auf das Schätzen materialer Körpermodelle aus?

Diese Fragen sind nur Spezifikationen der folgenden grundsätzlichen raumgeometrischen Forschungsfragen, die von der Geometrie-Didaktik künftig beantwortet werden müssen:

- Wie muss der „virtuelle Raum“ gestaltet sein, damit die in ihm erworbenen Fähigkeiten bzw. Fertigkeiten effektiv im „realen Raum“ angewendet werden können?
- Wie wirken sich die im „virtuellen Raum“ erworbenen Fähigkeiten bzw. Fertigkeiten bei ihrer Anwendung im „realen Raum“ aus?

2. Das Trainingsprogramm ESTIMATE!

Dieses Übungsprogramm wurde formativ entwickelt (Schumann und Alavidze, 1999); es hat ein ähnliches Design wie das Programm „Schätze!“ für das Training des Schätzens von Winkeln, Streckenzügen und polygonalen Flächen (Schumann u. Straub, 1993).

Aufgabe des Übungsprogramms ESTIMATE! ist es, das Üben des Schätzens der Oberflächengröße und des Volumens einfacher konvexer Körper und das damit verbundene Üben der Raumvorstellungsfähigkeit zu unterstützen. Vom Benutzer mittels des Virtual Device Device zu steuernde Rotationen der Körper helfen bei der Visualisierung.

Folgende Arten von Schätzaufgaben können im Menü ausgewählt werden:

Maß-Schätzen

- Das Schätzen der Oberfläche eines gegebenen Körpers
- Das Schätzen des Rauminhalts (Volumen) eines gegebenen Körpers

Körper-Schätzen

- Das Anpassen eines Körpers an eine gegebene Oberflächengröße

–Das Anpassen eines Körpers an einen gegebenen Rauminhalt.

Die Aufgaben können innerhalb derselben Aufgabenart nach verschiedenen Schwierigkeitsstufen ausgewählt werden. Die Ergebnisse werden sowohl nach den Aufgabenarten summarisch als auch nach den einzelnen Aufgaben differenziert grafisch dargestellt. Die Ergebnisdarstellung ermöglicht dem Benutzer, seine tendenziellen Schätzfehler zu erkennen (Abb.4, Schätzreport). Es können folgende Aufgabenparameter eingestellt werden (Abb.1): Art des Körpers (Würfel, Quader; Prisma, Pyramide, Pyramidenstumpf – jeweils mit regelmäßigen bzw. nicht regelmäßigen Grundflächen; Zylinder, Kegel, Kegestumpf, Kugel), Anzahl der Aufgaben, Anzahl der Versuche, Größe der Schätz-Toleranz, Veränderung des Einheitsmaßes. Die Dimensionierung der Körper erfolgt zufallsbestimmt. Unter Verwendung der entsprechenden Parametereinstellungen lassen sich bis zu fünf Schwierigkeitsstufen definieren.

Zu jeder Sitzung mit ESTIMATE! wird ein Protokoll-Datei angelegt, die für jede Aufgabe und jeden Versuch die Abweichungen von den richtigen Rauminhalts- und Oberflächeninhaltswerten erfasst.

Schwierigkeitsstufe	1	2	3	4	5
Anzahl der Versuche	3	3	3	3	3
Toleranz (%)	10	10	10	10	10
Aufgabenanzahl	4	4	4	4	4
Feste Einheit (FE/VE)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Würfel	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Quader	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Prisma regelmäßig	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
Prisma	<input type="checkbox"/> 5	<input checked="" type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
Pyramide regelmäßig	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
Pyramide	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input checked="" type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
Pyramidenstumpf	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
Pyramidenstumpf regelm.	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
Zylinder	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kegel	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Kegestumpf	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kugel	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Abb. 1 (Voreinstellungen für das Volumenschätzen – Beispiel)

Die Abbildung 2 zeigt eine Aufgabenstellung für das Volumenschätzen. Der betreffende Körper kann mit der Maus direkt rotiert werden oder auch automatisch um jeweils eine der drei Raumachsen. Die Maßzahl kann mittels eines Schiebers oder über die Tastatur eingegeben werden. (Die Statuszeile informiert über die aktuelle Schwierigkeitsstufe, die Aufgabenanzahl und -nummer sowie über die aktuelle Anzahl der Versuche und die Nummer des Versuchs.) Das System bewertet den Schätzversuch entsprechend verbal und – visuell durch Blinken eines äquiformen Körpers, dessen Volumen so groß ist wie die eingegebene Schätzzahl (Abb.3).

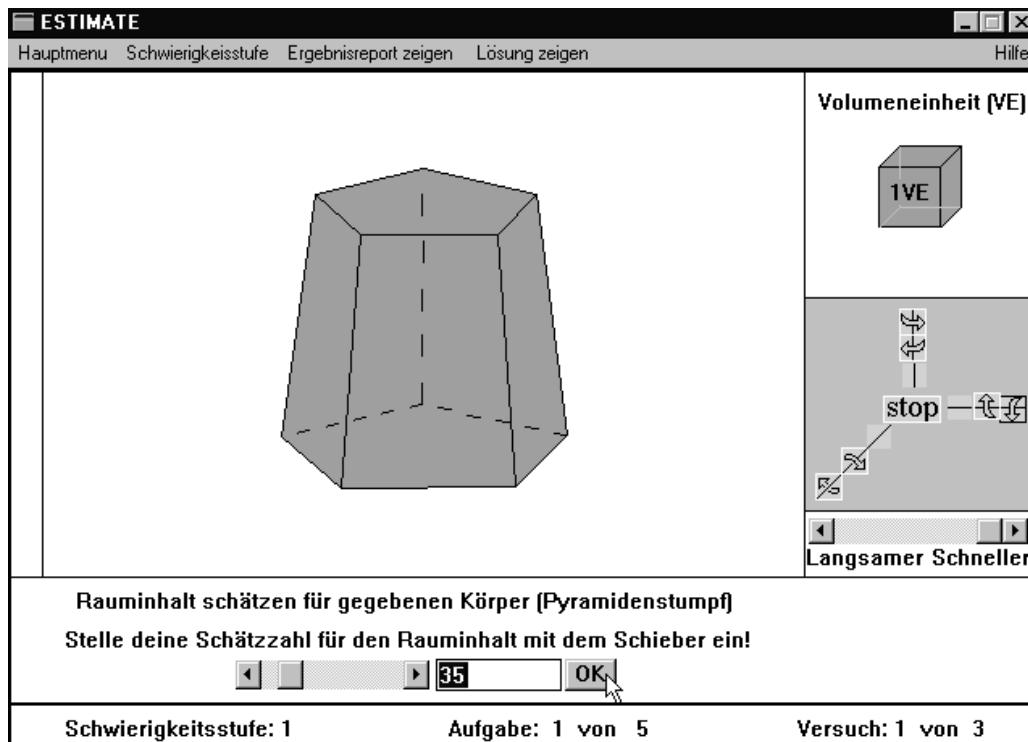


Abb. 2 (Volumenschätzen mit ESTIMATE! – Aufgabenstellung)

3. Evaluation von ESTIMATE!

Im Rahmen eines quantitativ-empirischen Untersuchung wurden folgende Fragen für das Volumenschätzen beantwortet:

Wie wirkt sich das computertrainierte Volumen-Schätzen mit ESTIMATE! auf das Schätzen des Volumens materialer Körpermodelle (Flächenmodelle aus Pappe) aus: Insgesamt, bei einzelnen Körpertypen, bei verschiedenen Körperklassen? –Welche Variablen beeinflussen die Schätzleistung?

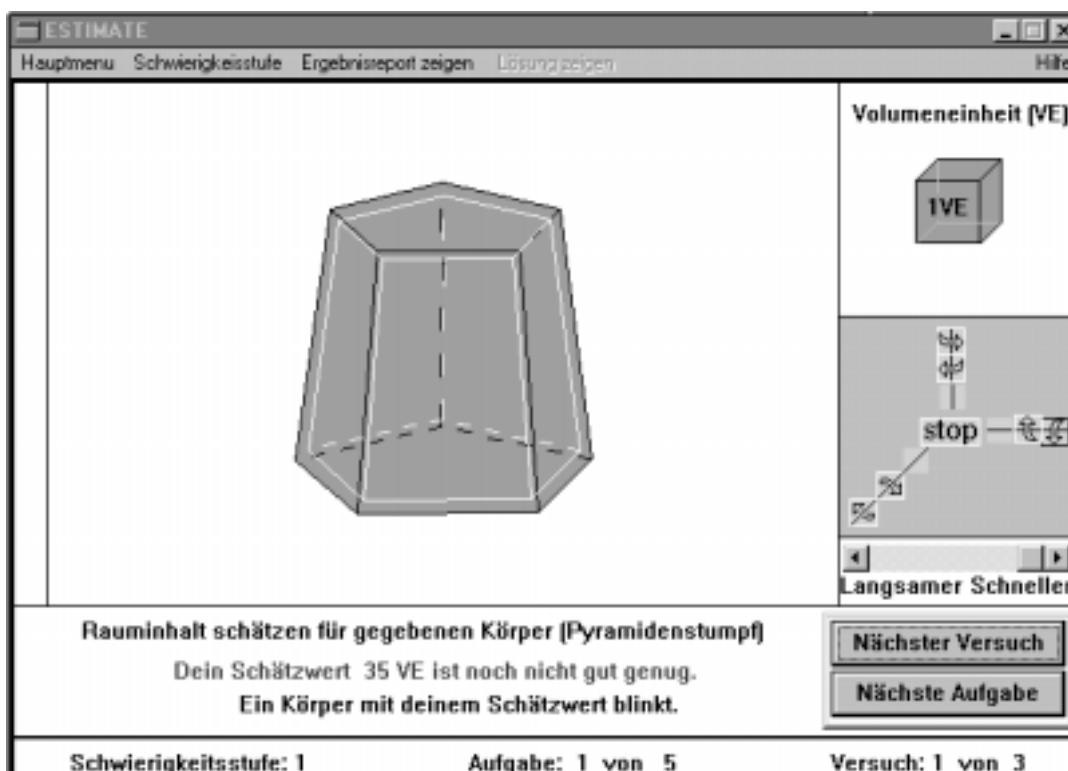


Abb. 3 (Volumenschätzen mit ESTIMATE! – Feedback)

Als experimentelles Design wurde ein Kontrollgruppen-Design gewählt (Abb. 6), das der Konzentrationsfähigkeit und der Motivation der zur Experimentalgruppe gehörenden Schüler und Schülerinnen wohl am besten genügt.

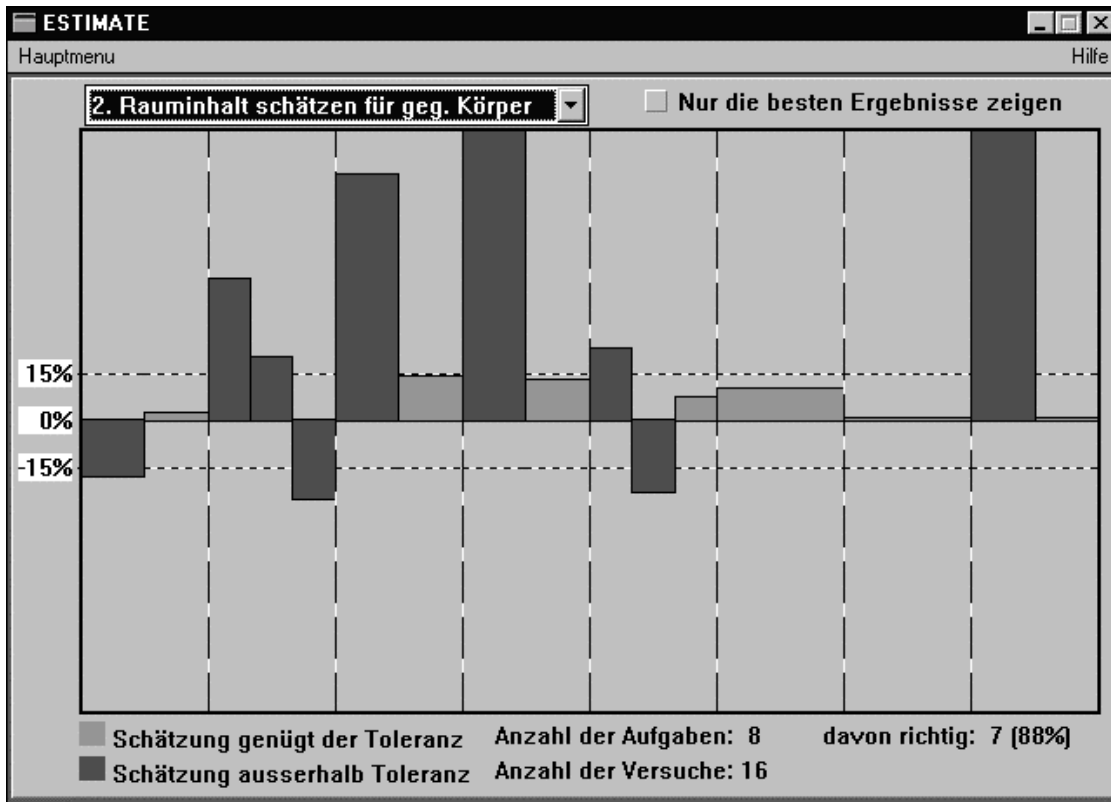


Abb. 4 (Schätzreport in ESTIMATE!)

Kontroll- gruppe N=90 (Kl. 8/9 Realschule)		Pappmodelle (s.u.) schätzen	F B R O A G E N
Experimental- gruppe N=260 (Kl. 8/9 Realschule)	Einführung in ESTIMATE! Schätzen mit ESTIMATE! 20 Min. (Körper typgleich wie Pappkörper) 25 Min. (Körper gemäß Bildungsplan, gemischt)	Pappmodelle (Quader, 5-seit. Prisma, quadrat. Pyramide, Zylinder, Kegel) schätzen	F B R O A G E N

Abb. 5 (Versuchsplan gemäß Kontrollgruppendesign)

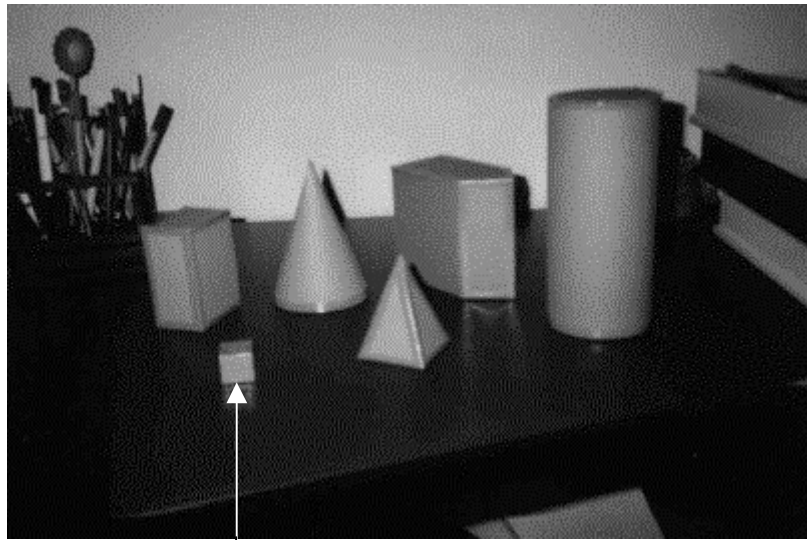


Abb. 6 (Pappkörper mit Einheitswürfel)

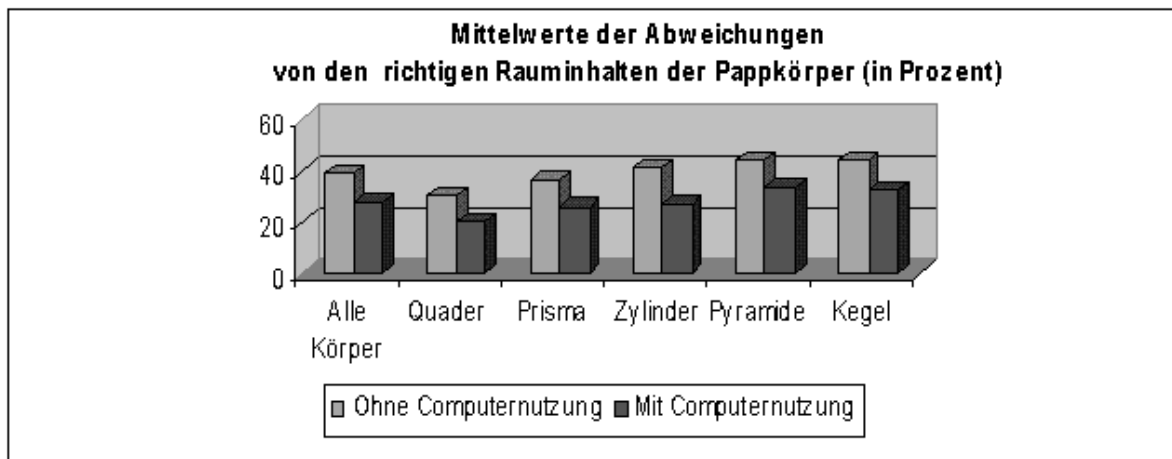


Abb. 7 (Betragsabweichungen von den richtigen Volumina der Pappkörper)

Mittelwertsvergleich	Kontrollgruppe	Computergruppe	
Anzahl der Schüler (Kl. 8/9, Realschule)	90	260	
Mittelwert Betragsabweichungen:	39,25 %	27,98 %	- 11,28 %
Standardabweichung:	19,93 %	14,68 %	- 5,25 %

Abb. 8 (Mittelwertsvergleich)

Zur vergleichenden Messung der Schätzleistungen für die Volumina der Pappkörper (Abb.6) verwenden wir die absoluten Beträge der Abweichungen von den richtigen Volumina in Prozent (Abb.7); – da die Unter- und Überschätzungen sich nicht signifikant unterscheiden ist die Verwendung dieser Variablen zulässig. Das Diagramm in Abbildung 7 zeigt, wie die betragsmäßigen Schätzfehler mit der „Schwierigkeit“ der Körper zunehmen und wie die Schätzleistungen der

computertrainierten Schüler und Schülerinnen besser sind. Erwartungsgemäß wird das Volumen des Quaders besonders gut geschätzt.

Der t-Test für die Mittelwerte über alle Körper (Abb. 8) bringt einen hochsignifikanten Unterschied ($t = 4,93$; $p < 0,1\%$). Die Verbesserung der Schätzleistung der Schüler um relativ ca. 30 % ist also nicht rein zufällig erfolgt. (Außerdem haben die Schätzleistungen der computertrainierten Schüler/Schülerinnen eine geringere Streuung!) Durch die Übung mit ESTIMATE! wird also eine deutliche Verbesserung der Fähigkeit, das Volumen von Pappkörpern zu schätzen, erreicht.

Wir beschränken uns hier auf folgende zusätzliche Untersuchungsergebnisse

Wie unterscheiden sich die Schätzleistungen nach Körperklassen (Pappkörper)?

Spitze – nicht spitze Körper, "Runde" – polyedrische Körper, Einfache – "differenziertere" Körper:

Das Computertraining hilft spitze Körper (Pyramide und Kegel) besser zu schätzen; sonst ergeben sich nur tendenzielle Unterschiede zugunsten der Computergruppe.

Welchen Einfluss haben folgende Variablen auf die Schätzleistungen der Computergruppe beim Volumenschätzen der Pappkörper?

Geschlecht, Computerverfügbarkeit, Computergrafiknutzung, 3-D-Spiele spielen, Dauer der (wöchentlichen) Computernutzung, Mathematikleistungen (selbsteingeschätzt), Geometrieleistungen (selbsteingeschätzt), Raumvorstellungsleistungen (selbsteingeschätzt):

Nur das Spielen von 3-D-Spielen und die Raumvorstellungsleistung intervenieren schwach signifikant!

4. Schlussbemerkungen

Bemerkung 1: Erste qualitative Untersuchungen zeigen, dass Schüler und Schülerinnen nach anfänglich bloß probierendem Schätzen (unter Nutzung jeweils dreier Versuche) zum „vervielfachenden“ Hineinsehen des Einheitswürfels in den Körper übergehen.

Bemerkung 2: In die Version 2.0 von ESTIMATE! sollen weitere grafische Hilfen implementiert werden, die den Prozess des Volumen-Schätzens unterstützen.

Bemerkung 3: Die Schätzleistungen für die Oberflächengröße sind bei Computertraining mit ESTIMATE! gegenüber der Kontrollgruppe signifikant besser; erwartungsgemäß fallen sie geringer aus (relativ ca. 25 %) –vermutlich wegen der bekannten Problematik des Oberflächenbegriffs.

5. Literatur

Schumann, H. (1995): Körperschnitte – Raumgeometrie interaktiv mit dem Computer. – Bonn: Dümmler

Schumann, H. (2001): Raumgeometrie-Unterricht mit Computerwerkzeugen. – Berlin: Cornelsen

Schumann, H. u. Alavidze, T. (1999): ESTIMATE! – Übungsprogramm zum Schätzen von Körpervolumen und Körperoberfläche. Windowsprogramm (unveröffentl.) – PH Weingarten

Schumann, H. u. Straub, M. (1993): Schätze! Übungsprogramm zum Schätzen von Winkeln, Strecken und Flächen. MS-DOS-Programm mit Manual – Duisburg: CoMet Verlag für Unterrichtssoftware